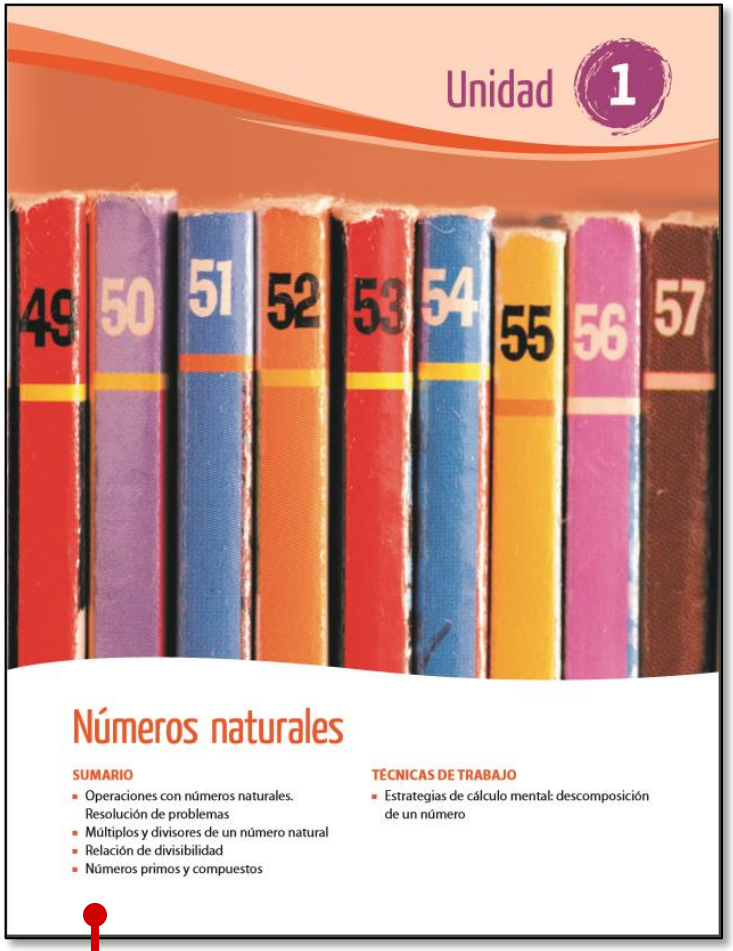
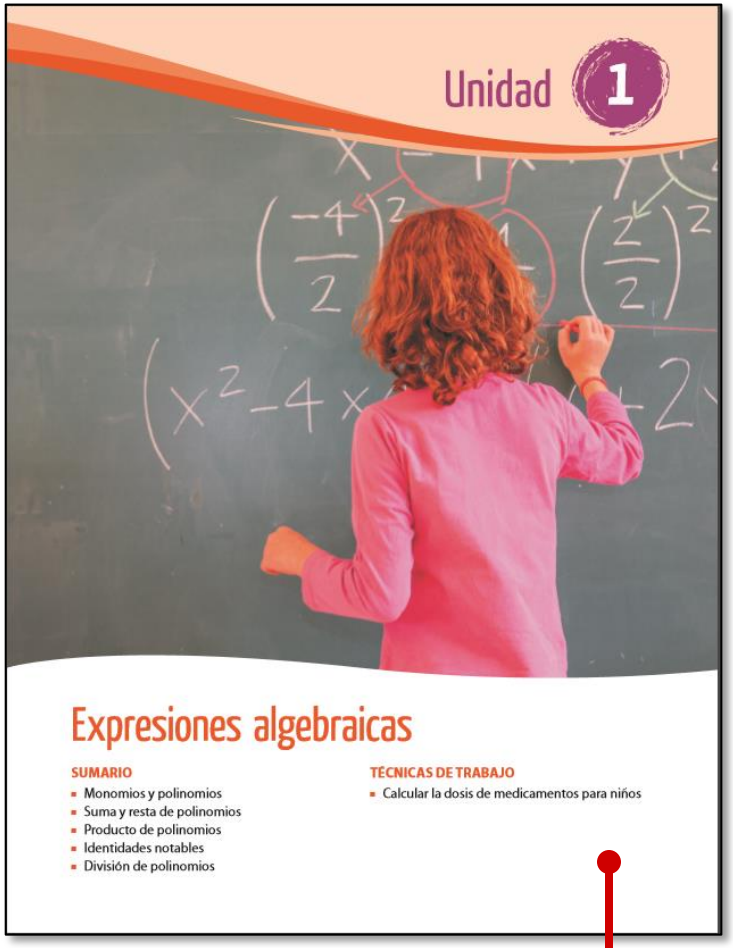
Inicio de la unidad

Matemáticas 1



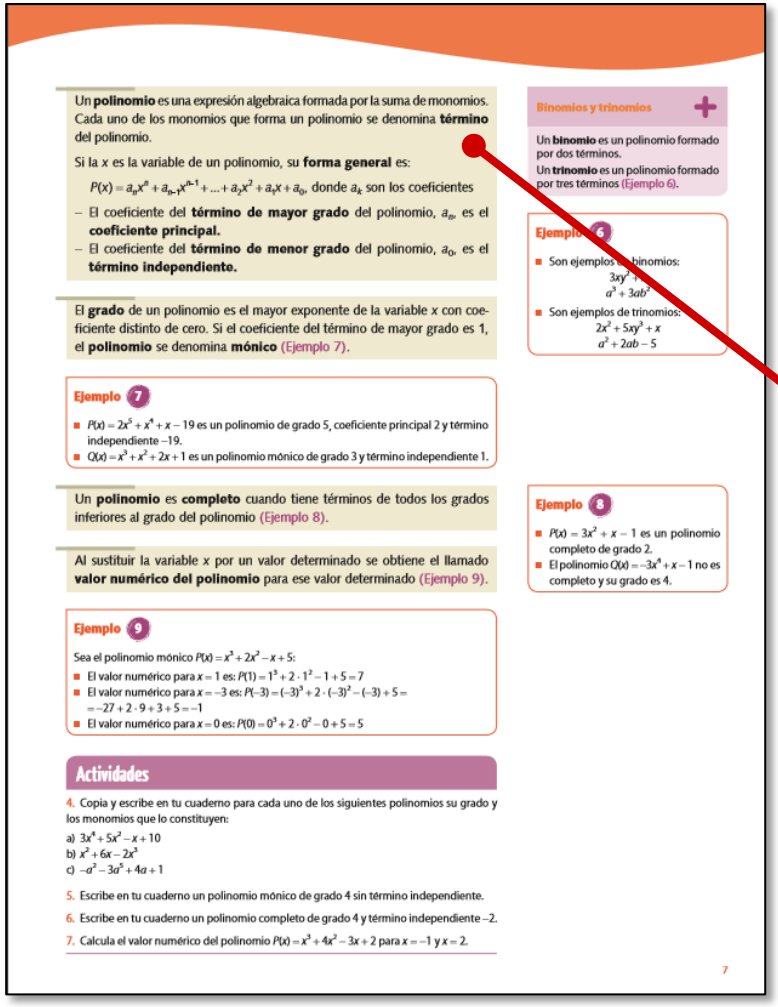
Sumario: Contenidos principales de la unidad.

Matemáticas 2



Técnicas de trabajo: título de la técnica práctica que se desarrolla al final de la unidad.

Desarrollo de contenidos Teórico-Prácticos



Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma de monomios. Cada uno de los monomios que forma un polinomio se denomina **término** del polinomio.

Si la x es la variable de un polinomio, su **forma general** es:

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, donde a_k son los coeficientes

- El coeficiente del **término de mayor grado** del polinomio, a_n, es el **coeficiente principal.**
- El coeficiente del **término de menor grado** del polinomio, a_0, es el **término independiente.**

El **grado** de un polinomio es el mayor exponente de la variable x con coeficiente distinto de cero. Si el coeficiente del término de mayor grado es 1, el **polinomio** se denomina **mónico** (Ejemplo 7).

Ejemplo 7

- $P(x) = 2x^5 + x^4 + x - 19$ es un polinomio de grado 5, coeficiente principal 2 y término independiente -19.
- $Q(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ es un polinomio mónico de grado 3 y término independiente 1.

Un **polinomio** es **completo** cuando tiene términos de todos los grados inferiores al grado del polinomio (Ejemplo 8).

Al sustituir la variable x por un valor determinado se obtiene el llamado **valor numérico del polinomio** para ese valor determinado (Ejemplo 9).

Ejemplo 9

Sea el polinomio mónico $P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 5$:

- El valor numérico para $x = 1$ es: $P(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 + 5 = 7$
- El valor numérico para $x = -3$ es: $P(-3) = (-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 - (-3) + 5 = -27 + 2 \cdot 9 + 3 + 5 = -1$
- El valor numérico para $x = 0$ es: $P(0) = 0^3 + 2 \cdot 0^2 - 0 + 5 = 5$

Actividades

4. Copia y escribe en tu cuaderno para cada uno de los siguientes polinomios su grado y los monomios que lo constituyen:
a) $3x^4 + 5x^2 - x + 10$
b) $x^2 + 6x - 2x^3$
c) $-a^2 - 3a^5 + 4a + 1$

5. Escribe en tu cuaderno un polinomio mónico de grado 4 sin término independiente.

6. Escribe en tu cuaderno un polinomio completo de grado 4 y término independiente -2.

7. Calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ para $x = -1$ y $x = 2$.

Binomios y trinomios

Un **binomio** es un polinomio formado por dos términos.
Un **trinomio** es un polinomio formado por tres términos (Ejemplo 6).

Ejemplo 6

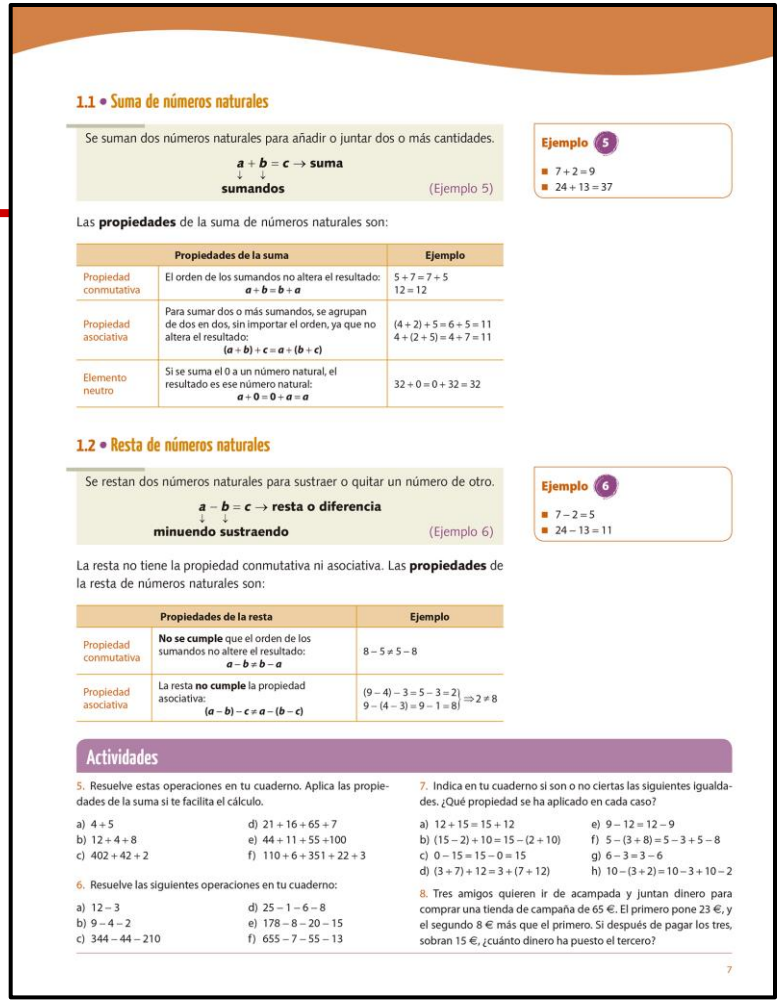
- Son ejemplos de binomios: $3xy^2 + x$, $a^3 + 3ab^2$
- Son ejemplos de trinomios: $2x^2 + 5xy^3 + x$, $a^2 + 2ab - 5$

Ejemplo 8

- $P(x) = 3x^2 + x - 1$ es un polinomio completo de grado 2.
- El polinomio $Q(x) = -3x^4 + x - 1$ no es completo y su grado es 4.

Imágenes: Se incluyen ilustraciones y fotos para apoyar la explicación del contenido teórico y mejorar su comprensión.

Textos destacados: se destacan definiciones de conceptos clave y contenido importante en el desarrollo de la unidad.



1.1 • Suma de números naturales

Se suman dos números naturales para añadir o juntar dos o más cantidades.

$a + b = c \rightarrow$ **suma**
↓ ↓
sumandos (Ejemplo 5)

Ejemplo 5

- $7 + 2 = 9$
- $24 + 13 = 37$

Las **propiedades** de la suma de números naturales son:

	Propiedades de la suma	Ejemplo
Propiedad conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado: $a + b = b + a$	$5 + 7 = 7 + 5$ $12 = 12$
Propiedad asociativa	Para sumar dos o más sumandos, se agrupan de dos en dos, sin importar el orden, ya que no altera el resultado: $(a + b) + c = a + (b + c)$	$(4 + 2) + 5 = 6 + 5 = 11$ $4 + (2 + 5) = 4 + 7 = 11$
Elemento neutro	Si se suma el 0 a un número natural, el resultado es ese número natural: $a + 0 = 0 + a = a$	$32 + 0 = 0 + 32 = 32$

1.2 • Resta de números naturales

Se restan dos números naturales para sustraer o quitar un número de otro.

$a - b = c \rightarrow$ **resta o diferencia**
↓
minuendo sustraendo (Ejemplo 6)

Ejemplo 6

- $7 - 2 = 5$
- $24 - 13 = 11$

La resta no tiene la propiedad conmutativa ni asociativa. Las **propiedades** de la resta de números naturales son:

	Propiedades de la resta	Ejemplo
Propiedad conmutativa	**No se cumple** que el orden de los sumandos no altere el resultado: $a - b \neq b - a$	$8 - 5 \neq 5 - 8$
Propiedad asociativa	La resta **no cumple** la propiedad asociativa: $(a - b) - c \neq a - (b - c)$	$(9 - 4) - 3 = 5 - 3 = 2$ $9 - (4 - 3) = 9 - 1 = 8$ $\Rightarrow 2 \neq 8$

Actividades

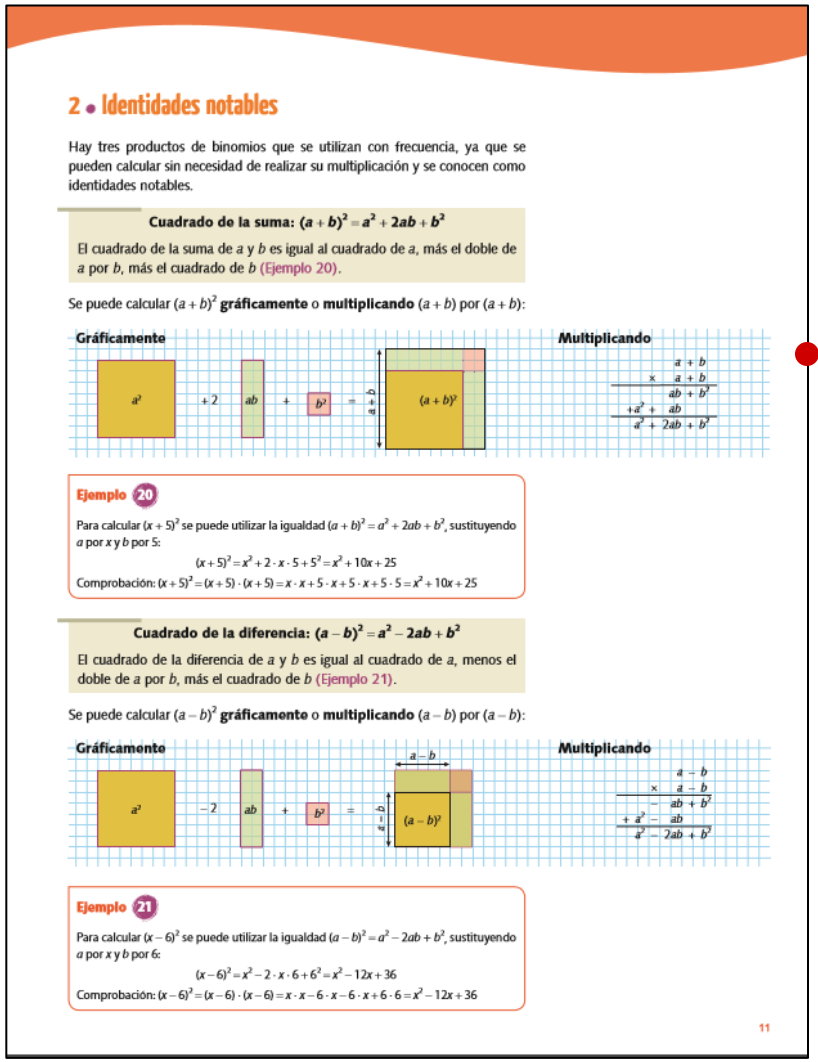
5. Resuelve estas operaciones en tu cuaderno. Aplica las propiedades de la suma si te facilita el cálculo.
a) $4 + 5$
b) $12 + 4 + 8$
c) $402 + 42 + 2$
d) $21 + 16 + 65 + 7$
e) $44 + 11 + 55 + 100$
f) $110 + 6 + 351 + 22 + 3$

6. Resuelve las siguientes operaciones en tu cuaderno:
a) $12 - 3$
b) $9 - 4 - 2$
c) $344 - 44 - 210$
d) $25 - 1 - 6 - 8$
e) $178 - 8 - 20 - 15$
f) $655 - 7 - 55 - 13$

7. Indica en tu cuaderno si son o no ciertas las siguientes igualdades. ¿Qué propiedad se ha aplicado en cada caso?
a) $12 + 15 = 15 + 12$
b) $(15 - 2) + 10 = 15 - (2 + 10)$
c) $0 - 15 = 15 - 0 = 15$
d) $(3 + 7) + 12 = 3 + (7 + 12)$
e) $9 - 12 = 12 - 9$
f) $5 - (3 + 8) = 5 - 3 + 5 - 8$
g) $6 - 3 = 3 - 6$
h) $10 - (3 + 2) = 10 - 3 + 10 - 2$

8. Tres amigos quieren ir de acampada y juntan dinero para comprar una tienda de campaña de 65 €. El primero pone 23 €, y el segundo 8 € más que el primero. Si después de pagar los tres, sobran 15 €, ¿cuánto dinero ha puesto el tercero?

Matemáticas 1



2 • Identidades notables

Hay tres productos de binomios que se utilizan con frecuencia, ya que se pueden calcular sin necesidad de realizar su multiplicación y se conocen como identidades notables.

Cuadrado de la suma: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

El cuadrado de la suma de a y b es igual al cuadrado de a, más el doble de a por b, más el cuadrado de b (Ejemplo 20).

Se puede calcular $(a+b)^2$ **gráficamente** o **multiplicando** $(a+b)$ por $(a+b)$:

Gráficamente

Multiplicando

$$\begin{array}{r} a+b \\ \times\ a+b \\ \hline ab+b^2 \\ +a^2+ab \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

Ejemplo 20

Para calcular $(x+5)^2$ se puede utilizar la igualdad $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, sustituyendo a por x y b por 5:

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$$

Comprobación: $(x+5)^2 = (x+5)\cdot(x+5) = x\cdot x + 5\cdot x + 5\cdot x + 5\cdot 5 = x^2 + 10x + 25$

Cuadrado de la diferencia: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

El cuadrado de la diferencia de a y b es igual al cuadrado de a, menos el doble de a por b, más el cuadrado de b (Ejemplo 21).

Se puede calcular $(a-b)^2$ **gráficamente** o **multiplicando** $(a-b)$ por $(a-b)$:

Gráficamente

Multiplicando

$$\begin{array}{r} a-b \\ \times\ a-b \\ \hline -ab+b^2 \\ +a^2-ab \\ \hline a^2-2ab+b^2 \end{array}$$

Ejemplo 21

Para calcular $(x-6)^2$ se puede utilizar la igualdad $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, sustituyendo a por x y b por 6:

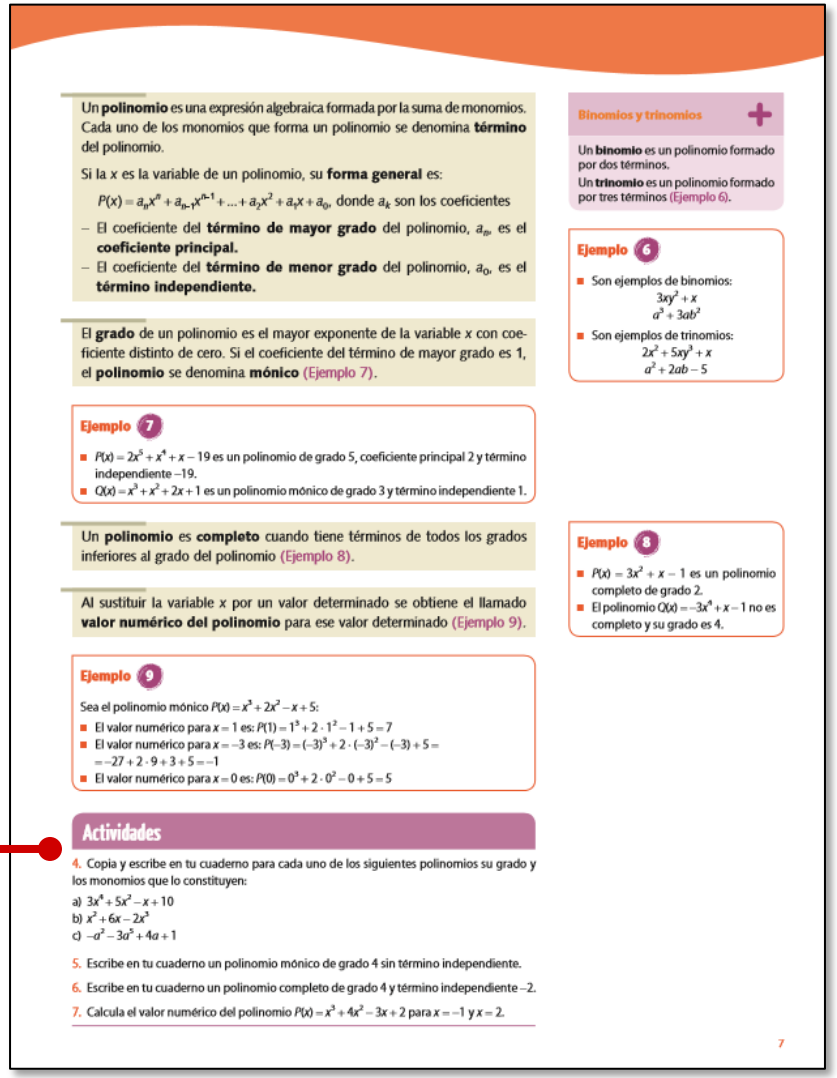
$$(x-6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$$

Comprobación: $(x-6)^2 = (x-6)\cdot(x-6) = x\cdot x - 6\cdot x - 6\cdot x + 6\cdot 6 = x^2 - 12x + 36$

11

Imágenes:
Se incluyen ilustraciones y fotos para apoyar la explicación del contenido teórico y mejorar su comprensión.

Actividades:
se acompaña el desarrollo de contenidos con actividades de refuerzo y prácticas a lo largo de la unidad.



Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma de monomios. Cada uno de los monomios que forma un polinomio se denomina **término** del polinomio.

Si la x es la variable de un polinomio, su **forma general** es:

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, donde a_k son los coeficientes

- El coeficiente del **término de mayor grado** del polinomio, a_n, es el **coeficiente principal.**
- El coeficiente del **término de menor grado** del polinomio, a_0, es el **término independiente.**

El **grado** de un polinomio es el mayor exponente de la variable x con coeficiente distinto de cero. Si el coeficiente del término de mayor grado es 1, el **polinomio** se denomina **mónico** (Ejemplo 7).

Ejemplo 7

- $P(x) = 2x^5 + x^4 + x - 19$ es un polinomio de grado 5, coeficiente principal 2 y término independiente –19.
- $Q(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ es un polinomio mónico de grado 3 y término independiente 1.

Un **polinomio** es **completo** cuando tiene términos de todos los grados inferiores al grado del polinomio (Ejemplo 8).

Al sustituir la variable x por un valor determinado se obtiene el llamado **valor numérico del polinomio** para ese valor determinado (Ejemplo 9).

Ejemplo 9

Sea el polinomio mónico $P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 5$:

- El valor numérico para $x = 1$ es: $P(1) = 1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 + 5 = 7$
- El valor numérico para $x = -3$ es: $P(-3) = (-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - (-3) + 5 = -27 + 2\cdot 9 + 3 + 5 = -1$
- El valor numérico para $x = 0$ es: $P(0) = 0^3 + 2\cdot 0^2 - 0 + 5 = 5$

Actividades

4. Copia y escribe en tu cuaderno para cada uno de los siguientes polinomios su grado y los monomios que lo constituyen:
   a) $3x^4 + 5x^2 - x + 10$
   b) $x^2 + 6x - 2x^3$
   c) $-a^2 - 3a^5 + 4a + 1$
5. Escribe en tu cuaderno un polinomio mónico de grado 4 sin término independiente.
6. Escribe en tu cuaderno un polinomio completo de grado 4 y término independiente –2.
7. Calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ para $x = -1$ y $x = 2$.

Binomios y trinomios

Un **binomio** es un polinomio formado por dos términos.
Un **trinomio** es un polinomio formado por tres términos (Ejemplo 6).

Ejemplo 6

- Son ejemplos de binomios: $3xy^2 + x$, $a^3 + 3ab^2$
- Son ejemplos de trinomios: $2x^2 + 5xy^3 + x$, $a^2 + 2ab - 5$

Ejemplo 8

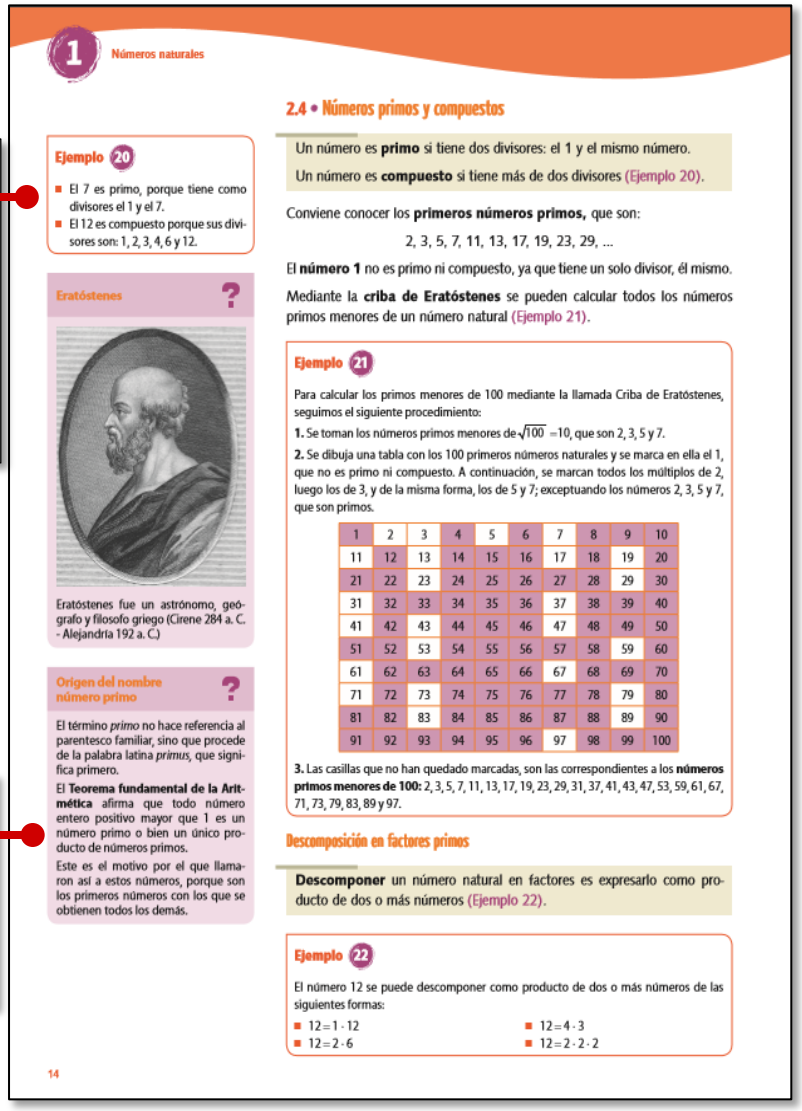
- $P(x) = 3x^2 + x - 1$ es un polinomio completo de grado 2.
- El polinomio $Q(x) = -3x^4 + x - 1$ no es completo y su grado es 4.

7

Matemáticas 2

Ejemplos: se relacionan contenidos teóricos con la vida cotidiana y se ofrecen explicaciones practicas de estos.

Textos en el margen: se incluyen curiosidades, vocabulario y ampliación de contenidos



1 Números naturales

2.4 • Números primos y compuestos

Ejemplo 20

- El 7 es primo, porque tiene como divisores el 1 y el 7.
- El 12 es compuesto porque sus divisores son: 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Eratóstenes

Eratóstenes fue un astrónomo, geógrafo y filosofo griego (Cirene 284 a. C. - Alejandría 192 a. C.)

Origen del nombre número primo

El término *primo* no hace referencia al parentesco familiar, sino que procede de la palabra latina *primus*, que significa primero.

El **Teorema fundamental de la Aritmética** afirma que todo número entero positivo mayor que 1 es un número primo o bien un único producto de números primos.

Este es el motivo por el que llamaron así a estos números, porque son los primeros números con los que se obtienen todos los demás.

Un número es **primo** si tiene dos divisores: el 1 y el mismo número.

Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores (Ejemplo 20).

Conviene conocer los **primeros números primos,** que son:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

El **número 1** no es primo ni compuesto, ya que tiene un solo divisor, él mismo.

Mediante la **criba de Eratóstenes** se pueden calcular todos los números primos menores de un número natural (Ejemplo 21).

Ejemplo 21

Para calcular los primos menores de 100 mediante la llamada Criba de Eratóstenes, seguimos el siguiente procedimiento:

1. Se toman los números primos menores de $\sqrt{100} = 10$, que son 2, 3, 5 y 7.

2. Se dibuja una tabla con los 100 primeros números naturales y se marca en ella el 1, que no es primo ni compuesto. A continuación, se marcan todos los múltiplos de 2, luego los de 3, y de la misma forma, los de 5 y 7; exceptuando los números 2, 3, 5 y 7, que son primos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. Las casillas que no han quedado marcadas, son las correspondientes a los **números primos menores de 100:** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Descomposición en factores primos

Descomponer un número natural en factores es expresarlo como producto de dos o más números (Ejemplo 22).

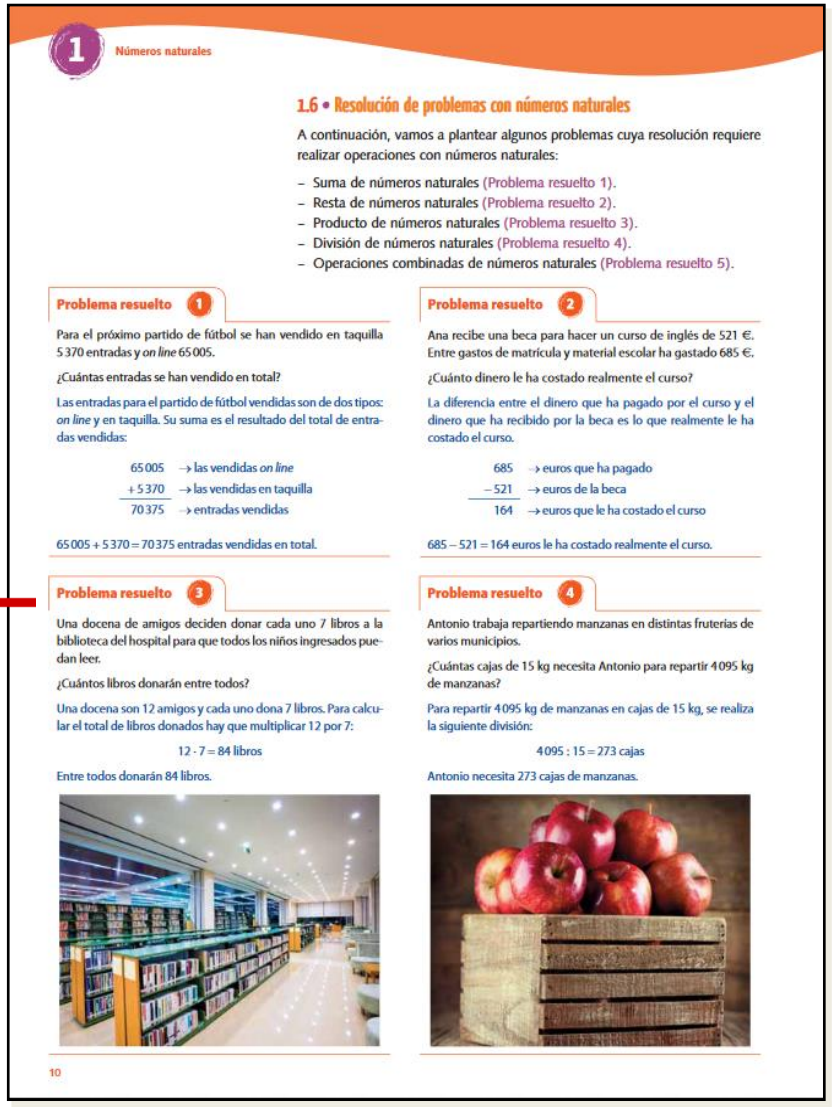
Ejemplo 22

El número 12 se puede descomponer como producto de dos o más números de las siguientes formas:

- $12 = 1 \cdot 12$
- $12 = 2 \cdot 6$
- $12 = 4 \cdot 3$
- $12 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

14

Problemas y actividades resueltos: se muestra paso a paso cómo resolver problemas y actividades en el ámbito científico-matemático.



1 Números naturales

1.6 • Resolución de problemas con números naturales

A continuación, vamos a plantear algunos problemas cuya resolución requiere realizar operaciones con números naturales:

- Suma de números naturales (Problema resuelto 1).
- Resta de números naturales (Problema resuelto 2).
- Producto de números naturales (Problema resuelto 3).
- División de números naturales (Problema resuelto 4).
- Operaciones combinadas de números naturales (Problema resuelto 5).

Problema resuelto 1

Para el próximo partido de fútbol se han vendido en taquilla 5 370 entradas y *on line* 65 005.

¿Cuántas entradas se han vendido en total?

Las entradas para el partido de fútbol vendidas son de dos tipos: *on line* y en taquilla. Su suma es el resultado del total de entradas vendidas:

65 005 → las vendidas *on line*
+ 5 370 → las vendidas en taquilla
70 375 → entradas vendidas

65 005 + 5 370 = 70 375 entradas vendidas en total.

Problema resuelto 2

Ana recibe una beca para hacer un curso de inglés de 521 €. Entre gastos de matrícula y material escolar ha gastado 685 €.

¿Cuánto dinero le ha costado realmente el curso?

La diferencia entre el dinero que ha pagado por el curso y el dinero que ha recibido por la beca es lo que realmente le ha costado el curso.

685 → euros que ha pagado
− 521 → euros de la beca
164 → euros que le ha costado el curso

685 − 521 = 164 euros le ha costado realmente el curso.

Problema resuelto 3

Una docena de amigos deciden donar cada uno 7 libros a la biblioteca del hospital para que todos los niños ingresados puedan leer.

¿Cuántos libros donarán entre todos?

Una docena son 12 amigos y cada uno dona 7 libros. Para calcular el total de libros donados hay que multiplicar 12 por 7:

$12 \cdot 7 = 84$ libros

Entre todos donarán 84 libros.

Problema resuelto 4

Antonio trabaja repartiendo manzanas en distintas fruterías de varios municipios.

¿Cuántas cajas de 15 kg necesita Antonio para repartir 4 095 kg de manzanas?

Para repartir 4 095 kg de manzanas en cajas de 15 kg, se realiza la siguiente división:

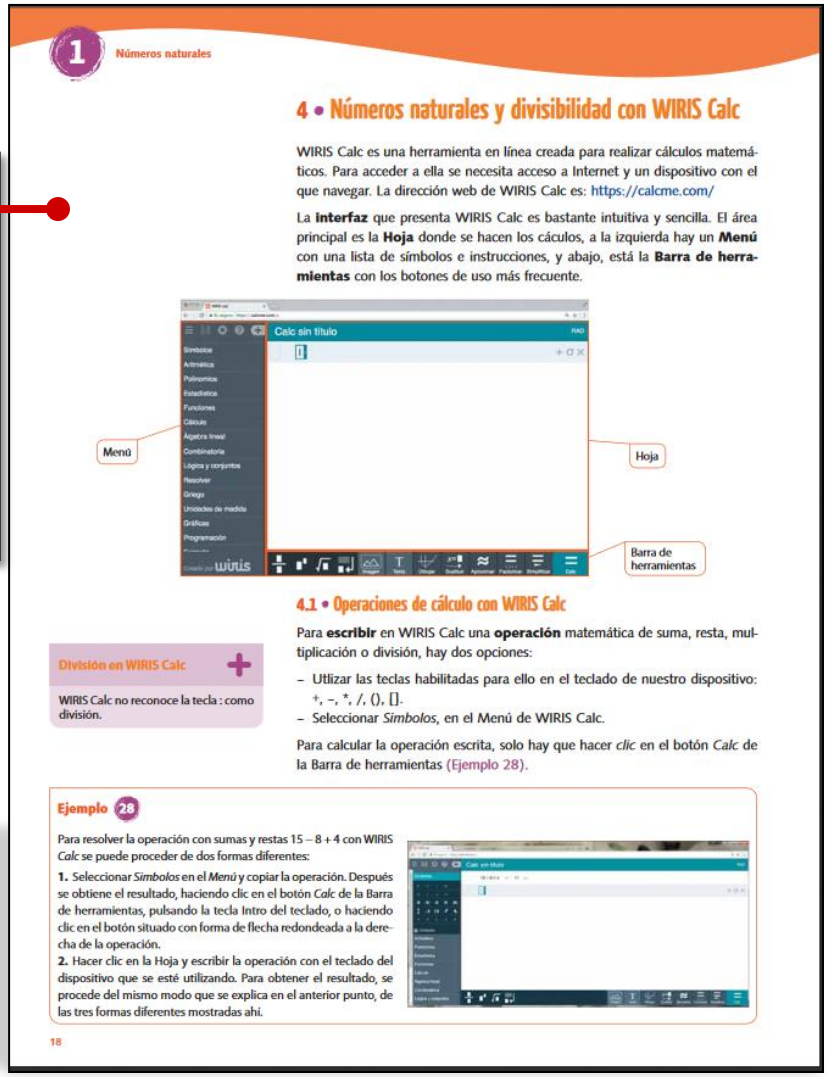
$4\,095 : 15 = 273$ cajas

Antonio necesita 273 cajas de manzanas.

10

Matemáticas 1

Uso de herramientas informática: facilitan el aprendizaje, la realización de cálculos matemáticos y la representación de funciones y figuras geométricas.



1 Números naturales

4 • Números naturales y divisibilidad con WIRIS Calc

WIRIS Calc es una herramienta en línea creada para realizar cálculos matemáticos. Para acceder a ella se necesita acceso a Internet y un dispositivo con el que navegar. La dirección web de WIRIS Calc es: https://calcme.com/

La **interfaz** que presenta WIRIS Calc es bastante intuitiva y sencilla. El área principal es la **Hoja** donde se hacen los cáculos, a la izquierda hay un **Menú** con una lista de símbolos e instrucciones, y abajo, está la **Barra de herramientas** con los botones de uso más frecuente.

4.1 • Operaciones de cálculo con WIRIS Calc

División en WIRIS Calc

WIRIS Calc no reconoce la tecla : como división.

Para **escribir** en WIRIS Calc una **operación** matemática de suma, resta, multiplicación o división, hay dos opciones:

- Utlizar las teclas habilitadas para ello en el teclado de nuestro dispositivo: +, –, *, /, (), [].
- Seleccionar *Símbolos*, en el Menú de WIRIS Calc.

Para calcular la operación escrita, solo hay que hacer *clic* en el botón *Calc* de la Barra de herramientas (Ejemplo 28).

Ejemplo 28

Para resolver la operación con sumas y restas 15 – 8 + 4 con WIRIS *Calc* se puede proceder de dos formas diferentes:

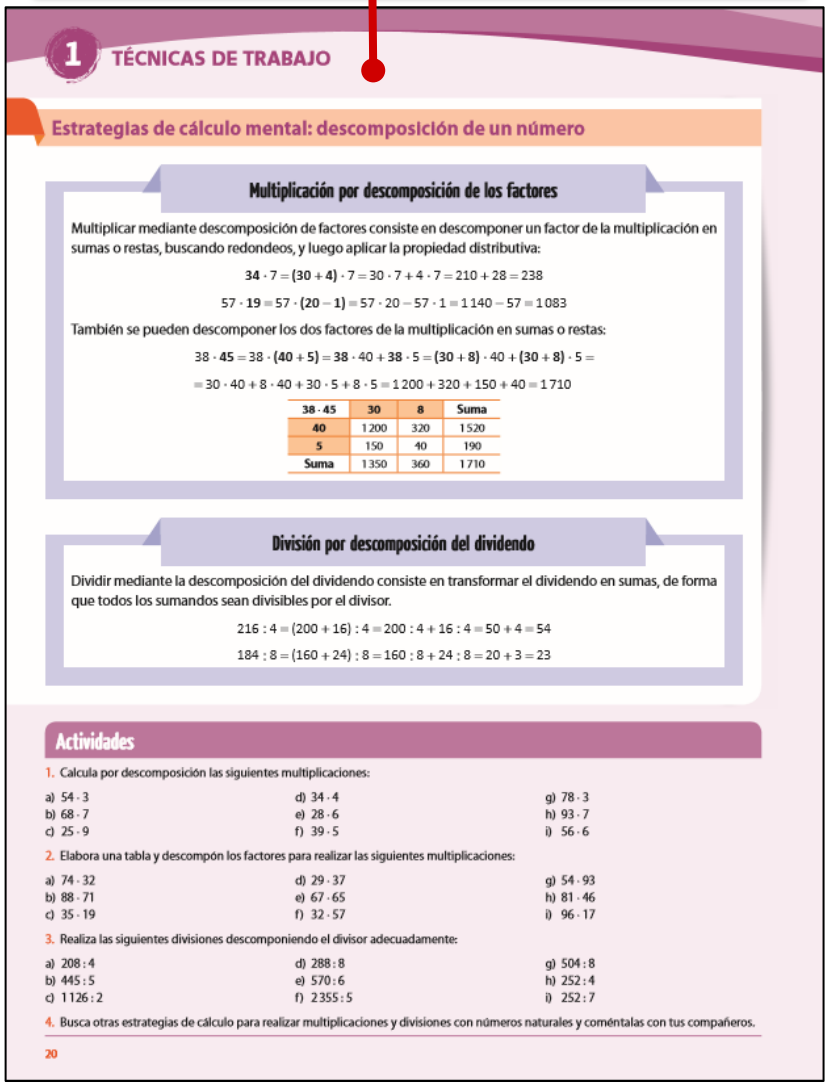
1. Seleccionar *Símbolos* en el *Menú* y copiar la operación. Después se obtiene el resultado, haciendo clic en el botón *Calc* de la Barra de herramientas, pulsando la tecla Intro del teclado, o haciendo clic en el botón situado con forma de flecha redondeada a la derecha de la operación.

2. Hacer clic en la Hoja y escribir la operación con el teclado del dispositivo que se esté utilizando. Para obtener el resultado, se procede del mismo modo que se explica en el anterior punto, de las tres formas diferentes mostradas ahí.

18

Matemáticas 1

Técnicas de trabajo: Se muestran las aplicaciones prácticas relacionadas con los contenidos explicados.



1 TÉCNICAS DE TRABAJO

Estrategias de cálculo mental: descomposición de un número

Multiplicación por descomposición de los factores

Multiplicar mediante descomposición de factores consiste en descomponer un factor de la multiplicación en sumas o restas, buscando redondeos, y luego aplicar la propiedad distributiva:

$$34 \cdot 7 = (30 + 4) \cdot 7 = 30 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = 210 + 28 = 238$$

$$57 \cdot 19 = 57 \cdot (20 - 1) = 57 \cdot 20 - 57 \cdot 1 = 1\,140 - 57 = 1\,083$$

También se pueden descomponer los dos factores de la multiplicación en sumas o restas:

$$38 \cdot 45 = 38 \cdot (40 + 5) = 38 \cdot 40 + 38 \cdot 5 = (30 + 8) \cdot 40 + (30 + 8) \cdot 5 =$$

$$= 30 \cdot 40 + 8 \cdot 40 + 30 \cdot 5 + 8 \cdot 5 = 1\,200 + 320 + 150 + 40 = 1\,710$$

38 · 45	30	8	Suma
40	1 200	320	1 520
5	150	40	190
Suma	1 350	360	1 710

División por descomposición del dividendo

Dividir mediante la descomposición del dividendo consiste en transformar el dividendo en sumas, de forma que todos los sumandos sean divisibles por el divisor.

$$216 : 4 = (200 + 16) : 4 = 200 : 4 + 16 : 4 = 50 + 4 = 54$$

$$184 : 8 = (160 + 24) : 8 = 160 : 8 + 24 : 8 = 20 + 3 = 23$$

Actividades

1. Calcula por descomposición las siguientes multiplicaciones:

a) 54 · 3 d) 34 · 4 g) 78 · 3
b) 68 · 7 e) 28 · 6 h) 93 · 7
c) 25 · 9 f) 39 · 5 i) 56 · 6

2. Elabora una tabla y descompón los factores para realizar las siguientes multiplicaciones:

a) 74 · 32 d) 29 · 37 g) 54 · 93
b) 88 · 71 e) 67 · 65 h) 81 · 46
c) 35 · 19 f) 32 · 57 i) 96 · 17

3. Realiza las siguientes divisiones descomponiendo el divisor adecuadamente:

a) 208 : 4 d) 288 : 8 g) 504 : 8
b) 445 : 5 e) 570 : 6 h) 252 : 4
c) 1126 : 2 f) 2355 : 5 i) 252 : 7

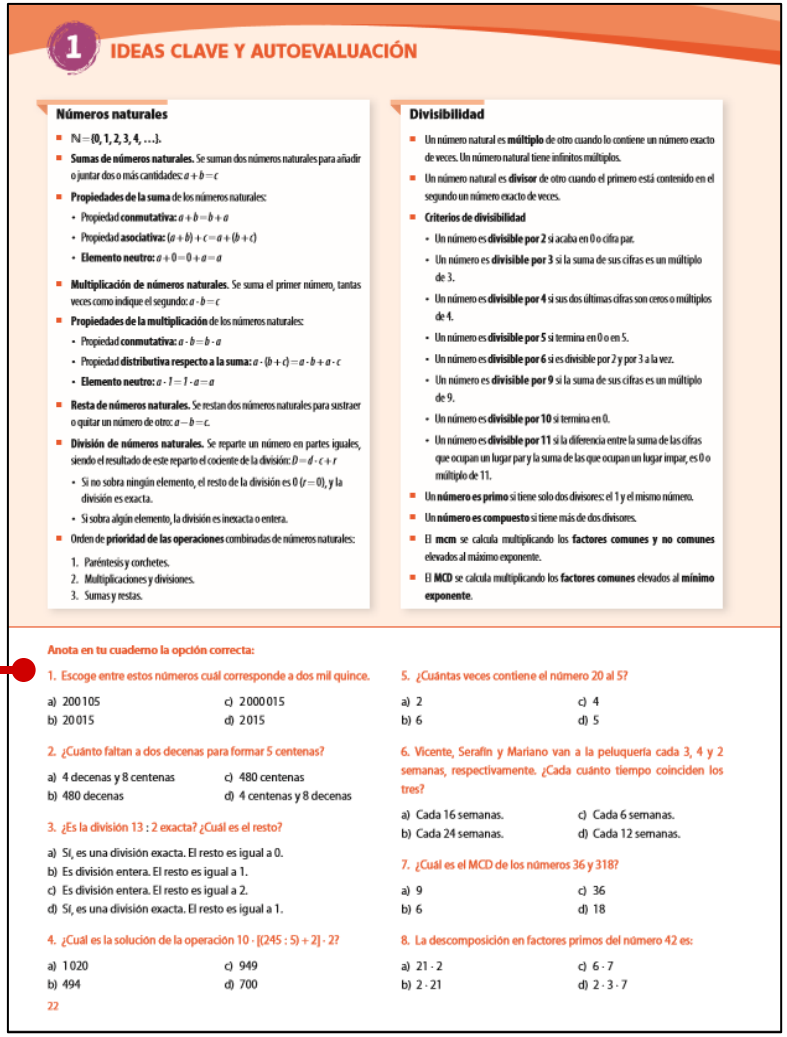
4. Busca otras estrategias de cálculo para realizar multiplicaciones y divisiones con números naturales y coméntalas con tus compañeros.

20

Matemáticas 1

Actividades finales: su objetivo es comprobar que se han asimilado los contenidos expuestos, así como fomentar el aprendizaje crítico.

Autoevaluación: Actividades tipo test para que el alumnado compruebe sus conocimientos sobre la unidad.



1 IDEAS CLAVE Y AUTOEVALUACIÓN

Números naturales

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$.
- **Sumas de números naturales.** Se suman dos números naturales para añadir o juntar dos o más cantidades: $a + b = c$
- **Propiedades de la suma** de los números naturales:
  - Propiedad **conmutativa:** $a + b = b + a$
  - Propiedad **asociativa:** $(a + b) + c = a + (b + c)$
  - **Elemento neutro:** $a + 0 = 0 + a = a$
- **Multiplicación de números naturales.** Se suma el primer número, tantas veces como indique el segundo: $a \cdot b = c$
- **Propiedades de la multiplicación** de los números naturales:
  - Propiedad **conmutativa:** $a \cdot b = b \cdot a$
  - Propiedad **distributiva respecto a la suma:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
  - **Elemento neutro:** $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
- **Resta de números naturales.** Se restan dos números naturales para sustraer o quitar un número de otro: $a - b = c$.
- **División de números naturales.** Se reparte un número en partes iguales, siendo el resultado de este reparto el cociente de la división: $D = d \cdot c + r$
  - Si no sobra ningún elemento, el resto de la división es 0 ($r = 0$), y la división es exacta.
  - Si sobra algún elemento, la división es inexacta o entera.
- Orden de **prioridad de las operaciones** combinadas de números naturales:
  1. Paréntesis y corchetes.
  2. Multiplicaciones y divisiones.
  3. Sumas y restas.

Divisibilidad

- Un número natural es **múltiplo** de otro cuando lo contiene un número exacto de veces. Un número natural tiene infinitos múltiplos.
- Un número natural es **divisor** de otro cuando el primero está contenido en el segundo un número exacto de veces.
- **Criterios de divisibilidad**
  - Un número es **divisible por 2** si acaba en 0 o cifra par.
  - Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.
  - Un número es **divisible por 4** si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplos de 4.
  - Un número es **divisible por 5** si termina en 0 o en 5.
  - Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y por 3 a la vez.
  - Un número es **divisible por 9** si la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.
  - Un número es **divisible por 10** si termina en 0.
  - Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan un lugar par y la suma de las que ocupan un lugar impar, es 0 o múltiplo de 11.
- Un **número es primo** si tiene solo dos divisores: el 1 y el mismo número.
- Un **número es compuesto** si tiene más de dos divisores.
- El **mcm** se calcula multiplicando los **factores comunes y no comunes** elevados al máximo exponente.
- El **MCD** se calcula multiplicando los **factores comunes** elevados al **mínimo exponente**.

Anota en tu cuaderno la opción correcta:

1. Escoge entre estos números cuál corresponde a dos mil quince.
   a) 200 105 c) 2 000 015
   b) 20 015 d) 2015

2. ¿Cuánto faltan a dos decenas para formar 5 centenas?
   a) 4 decenas y 8 centenas c) 480 centenas
   b) 480 decenas d) 4 centenas y 8 decenas

3. ¿Es la división 13 : 2 exacta? ¿Cuál es el resto?
   a) Sí, es una división exacta. El resto es igual a 0.
   b) Es división entera. El resto es igual a 1.
   c) Es división entera. El resto es igual a 2.
   d) Sí, es una división exacta. El resto es igual a 1.

4. ¿Cuál es la solución de la operación $10 \cdot [(245 : 5) + 2] \cdot 2$?
   a) 1 020 c) 949
   b) 494 d) 700

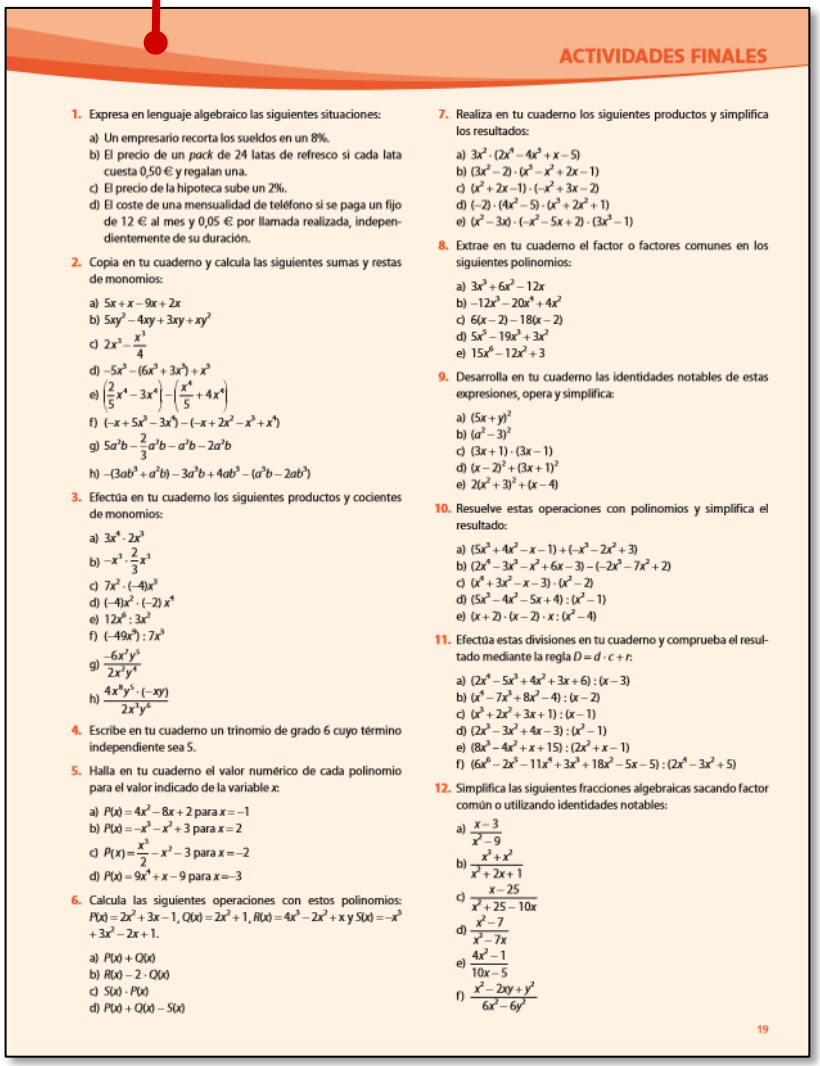
5. ¿Cuántas veces contiene el número 20 al 5?
   a) 2 c) 4
   b) 6 d) 5

6. Vicente, Serafín y Mariano van a la peluquería cada 3, 4 y 2 semanas, respectivamente. ¿Cada cuánto tiempo coinciden los tres?
   a) Cada 16 semanas. c) Cada 6 semanas.
   b) Cada 24 semanas. d) Cada 12 semanas.

7. ¿Cuál es el MCD de los números 36 y 318?
   a) 9 c) 36
   b) 6 d) 18

8. La descomposición en factores primos del número 42 es:
   a) $21 \cdot 2$ c) $6 \cdot 7$
   b) $2 \cdot 21$ d) $2 \cdot 3 \cdot 7$

22



ACTIVIDADES FINALES

1. Expresa en lenguaje algebraico las siguientes situaciones:
   a) Un empresario recorta los sueldos en un 8%.
   b) El precio de un *pack* de 24 latas de refresco si cada lata cuesta 0,50 € y regalan una.
   c) El precio de la hipoteca sube un 2%.
   d) El coste de una mensualidad de teléfono si se paga un fijo de 12 € al mes y 0,05 € por llamada realizada, independientemente de su duración.

2. Copia en tu cuaderno y calcula las siguientes sumas y restas de monomios:
   a) $5x + x - 9x + 2x$
   b) $5xy^2 - 4xy + 3xy + xy^2$
   c) $2x^2 - \frac{x^1}{4}$
   d) $-5x^3 - (6x^3 + 3x^3) + x^3$
   e) $\left(\frac{2}{5}x^4 - 3x^4\right) - \left(\frac{x^4}{5} + 4x^4\right)$
   f) $(-x + 5x^3 - 3x^5) - (-x + 2x^2 - x^3 + x^4)$
   g) $5a^2b - \frac{2}{3}a^2b - a^2b - 2a^2b$
   h) $-(3ab^3 + a^2b) - 3a^3b + 4ab^3 - (a^3b - 2ab^3)$

3. Efectúa en tu cuaderno los siguientes productos y cocientes de monomios:
   a) $3x^4 \cdot 2x^3$
   b) $-x^3 \cdot \frac{2}{3}x^3$
   c) $7x^2 \cdot (-4)x^3$
   d) $(-4)x^2 \cdot (-2)\,x^4$
   e) $12x^6 : 3x^2$
   f) $(-49x^8) : 7x^3$
   g) $\frac{-6x^7y^5}{2x^2y^4}$
   h) $\frac{4x^8y^5 \cdot (-xy)}{2x^3y^5}$

4. Escribe en tu cuaderno un trinomio de grado 6 cuyo término independiente sea 5.

5. Halla en tu cuaderno el valor numérico de cada polinomio para el valor indicado de la variable x:
   a) $P(x) = 4x^2 - 8x + 2$ para $x = -1$
   b) $P(x) = -x^3 - x^2 + 3$ para $x = 2$
   c) $P(x) = \frac{x^3}{2} - x^2 - 3$ para $x = -2$
   d) $P(x) = 9x^4 + x - 9$ para $x = -3$

6. Calcula las siguientes operaciones con estos polinomios: $P(x) = 2x^2 + 3x - 1$, $Q(x) = 2x^2 + 1$, $R(x) = 4x^3 - 2x^2 + x$ y $S(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 1$.
   a) $P(x) + Q(x)$
   b) $R(x) - 2 \cdot Q(x)$
   c) $S(x) \cdot P(x)$
   d) $P(x) + Q(x) - S(x)$

7. Realiza en tu cuaderno los siguientes productos y simplifica los resultados:
   a) $3x^2 \cdot (2x^4 - 4x^3 + x - 5)$
   b) $(3x^2 - 2) \cdot (x^3 - x^2 + 2x - 1)$
   c) $(x^2 + 2x - 1) \cdot (-x^2 + 3x - 2)$
   d) $(-2) \cdot (4x^2 - 5) \cdot (x^3 + 2x^2 + 1)$
   e) $(x^2 - 3x) \cdot (-x^2 - 5x + 2) \cdot (3x^3 - 1)$

8. Extrae en tu cuaderno el factor o factores comunes en los siguientes polinomios:
   a) $3x^3 + 6x^2 - 12x$
   b) $-12x^3 - 20x^4 + 4x^2$
   c) $6(x - 2) - 18(x - 2)$
   d) $5x^5 - 19x^3 + 3x^2$
   e) $15x^6 - 12x^2 + 3$

9. Desarrolla en tu cuaderno las identidades notables de estas expresiones, opera y simplifica:
   a) $(5x + y)^2$
   b) $(a^2 - 3)^2$
   c) $(3x + 1) \cdot (3x - 1)$
   d) $(x - 2)^2 + (3x + 1)^2$
   e) $2(x^2 + 3)^2 + (x - 4)$

10. Resuelve estas operaciones con polinomios y simplifica el resultado:
    a) $(5x^3 + 4x^2 - x - 1) + (-x^3 - 2x^2 + 3)$
    b) $(2x^4 - 3x^3 - x^2 + 6x - 3) - (-2x^3 - 7x^2 + 2)$
    c) $(x^4 + 3x^2 - x - 3) \cdot (x^2 - 2)$
    d) $(5x^3 - 4x^2 - 5x + 4) : (x^2 - 1)$
    e) $(x + 2) \cdot (x - 2) \cdot x : (x^2 - 4)$

11. Efectúa estas divisiones en tu cuaderno y comprueba el resultado mediante la regla $D = d \cdot c + r$:
    a) $(2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x + 6) : (x - 3)$
    b) $(x^6 - 7x^3 + 8x^2 - 4) : (x - 2)$
    c) $(x^3 + 2x^2 + 3x + 1) : (x - 1)$
    d) $(2x^5 - 3x^2 + 4x - 3) : (x^2 - 1)$
    e) $(8x^5 - 4x^2 + x + 15) : (2x^2 + x - 1)$
    f) $(6x^6 - 2x^5 - 11x^4 + 3x^3 + 18x^2 - 5x - 5) : (2x^4 - 3x^2 + 5)$

12. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas sacando factor común o utilizando identidades notables:
    a) $\frac{x - 3}{x^2 - 9}$
    b) $\frac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1}$
    c) $\frac{x - 25}{x^2 + 25 - 10x}$
    d) $\frac{x^2 - 7}{x^2 - 7x}$
    e) $\frac{4x^2 - 1}{10x - 5}$
    f) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{6x^2 - 6y^2}$

19

Proyectos finales: Se plantea un problema aplicado al futuro profesional del alumnado o bien de su vida cotidiana. Podrán resolverlos individualmente o en grupo, aunque se sugiere que se haga en grupo para desarrollar la competencia de trabajo en equipo.

PROYECTO FINAL 1

Gestión de un Proyecto solidario

En las primeras unidades de este curso se estudian diferentes tipos de números y cómo realizar operaciones con ellos. En ocasiones, resulta muy útil contar con materiales y herramientas de ayuda para calcular resultados de forma rápida: calculadoras, hojas de cálculo, aplicaciones específicas, etc.

Agrúpate con otros compañeros para realizar las siguientes **tareas en equipo.**

Investigación

Para poner en marcha un **Proyecto solidario,** primero hay que **definir el problema** que se quiere ayudar a resolver. Después, se deben **fijar** unos **objetivos** claros de **actuación** dependiendo de las necesidades de la situación. Una vez **puesto** en **marcha** el proyecto hay que gestionar la actuación llevada a cabo, para lo cual, será muy útil el tratamiento de los datos obtenidos, utilizando herramientas como por ejemplo las Hojas de cálculo.

Elige con tus compañeros un proyecto solidario que os gustaría llevar a cabo e investigad sobre las necesidades que encontréis a vuestro alrededor. Después, **gestionad los datos obtenidos utilizando una Hoja de cálculo.**

Ejemplos de proyectos solidarios

El origen de los proyectos solidarios puede ser:

- Una **iniciativa particular,** que surge de alguna necesidad concreta. Por ejemplo *La fuerza de Aarón,* en la que unos padres crean un proyecto solidario para poder costear las terapias que su hijo necesita.
- Una **asociación,** para resolver algún problema social. Por ejemplo la *Recogida de alimentos no perecederos* en los colegios.
- De **organismos públicos,** como proyectos solidarios municipales que se lleven a cabo en ayuntamientos. Por ejemplo, *"Adopta una bici",* iniciativa solidaria del Ayuntamiento de Villanueva del Pardillo creada para reparar bicicletas donadas por los vecinos y regalarlas a los niños con menos recursos del municipio.

Tratamiento de datos

Imaginad que preparáis una campaña de recogida y reparto de alimentos para familias con bajos recursos económicos. Cada familia debería de llegar a disponer de una caja con 20 kg de alimentos no perecederos.

El reparto se va a efectuar entre distintas asociaciones sin ánimo de lucro de vuestro municipio, en función de las familias a las que ayuda cada asociación.

Tras distribuir carteles en los colegios, centros cívicos y de salud más cercanos, el total de los alimentos recogidos es de 3800 kg.

Puesta en común

Una vez que tengáis elegido el proyecto solidario, **ponedlo en común con vuestros compañeros y decidid la forma de tratar los datos en la gestión del proyecto.**

Reflexión, crítica y revisión

Las hojas de cálculo ofrecen múltiples formas diferentes de hacer cálculos.

Reflexionad y realizad un análisis crítico sobre la estrategia que habéis seguido para resolver el problema. Decidid cuál será el modo definitivo de proceder para resolver vuestro problema.

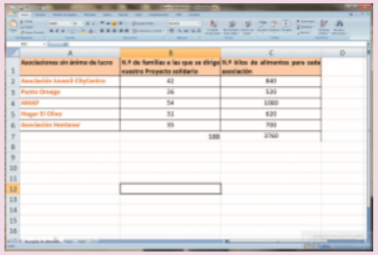
Producto final

Haced una **presentación oral** a tus compañeros del aula con las principales **conclusiones de vuestro proyecto.** Acompañadla de la **hoja de cálculo** que habéis utilizado para gestionar los datos.

Cálculo del reparto de alimentos

Utilizando una Hoja de cálculo se puede hacer el reparto de los alimentos.

- Abre una hoja de cálculo en blanco de Excel.
- Nombra la Hoja 1 como *Recogida de alimentos* haciendo doble clic en la pestaña inferior.
- Para calcular el número de familias beneficiadas se suma el número de familias de cada asociación. Escribe en la celda B7 la fórmula: = B2+B3+B4+B5+B6. El total de familias es de 188.
  Esta operación también puede hacerse con el botón de autosuma Σ.
- Para calcular los kilos entregados a cada asociación, hay que multiplicar el número de familias por 20, que son los kilos entregados a cada familia. Se calcula el resultado para la primera asociación escribiendo en la celda C2 la fórmula = B2*20.
- Se repite la misma fórmula en las celdas C3, C4, C5 y C6. Puede copiarse la fórmula escrita en la celda C2 colocando el ratón en la esquina inferior derecha de la celda C2 y arrastrando hasta la celda C6.
- Para saber cuánto kilos se reparten en total, se calcula la suma de los kilos entregados a cada asociación, escribiendo en la celda C7 la fórmula: = C2+ C3+C4+C5+C6, o utilizando el botón de autosuma. El total de kilos repartidos es de 3760 kg.



Este cálculo indica que se han repartido un total de 3760 kg de los 3800 kg recogidos, por lo que el equipo puede proponer entregar los 40 kg restantes a otra asociación sin ánimo de lucro.

Evaluación

Para este proyecto contarás con la **evaluación de tu profesor, tus compañeros y tu propia autoevaluación.** Por cada uno de ellos, puedes repartir una tabla como la siguiente, recoger los datos y sacar tus propias conclusiones.

	1 Escaso	2 Medio	3 Bueno	4 Excelente
Originalidad	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
Precisión del contenido	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
Actitud	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
Uso y manejo de números	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
Trabajo en equipo	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
Producto final	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •

Matemáticas 1